# Bài tập 3: Phương pháp đệ quy và chia để trị

## Câu 1.

### 202 – 220 (trang 37, 38)

***§Þnh lý 4.1* (*§Þnh lý chÝnh*)**

Cho *a* ≥ 1 vµ *b* > 1 lµ c¸c h»ng sè, hµm *T*(*n*) ®­îc ®Þnh nghÜa trªn tËp c¸c sè nguyªn bëi c«ng thøc ®Ö quy

,

víi c¸ch hiÓu *n*/*b* lµ  hoÆc . Khi ®ã *T*(*n*) cã thÓ ®­îc giíi h¹n tiÖm cËn nh­ sau

1. NÕu víi h»ng sè ε > 0, khi ®ã .
2. NÕu , khi ®ã .
3. NÕu víi h»ng sè ε > 0, vµ nÕu  víi h»ng sè *c*  < 1 vµ víi mäi sè nguyªn *n* ®ñ lín th× .

Áp dụng Định lí chính (General Theorem), ta có:

208.T(n)= (nlogn);

209. T(n)=

210. T(n)=.

211. T(n)=).

212. T(n)=

213. T(n)=

214. T(n)=

215. T(n)=

216. T(n)=

217. T(n)=

218. T(n)=

219. T(n)=

220. T(n)=

## Câu 4.

### Đặt bài toán:

Bài toán chia thưởng : Có m vật thưởng được chia cho n học sinh giỏi có xếp hạng

theo thứ tự từ 1 đến n. Hỏi có bao nhiêu cách chia các phần thưởng thoả mãn các điều

kiện sau: (i) Học sinh giỏi hơn có số thưởng không ít hơn bạn kém hơn; (ii) m vật thưởng

phải chia hết cho các học sinh.

### Phân tích:

Gọi P là số cách chia. P là hàm của 2 biến nguyên m,n.

Si là số phần thưởng học sinh i nhận được.

Điều kiện rang buộc:

Si>=0;

S1>=S2>=…>=Sn.

S1+S2+….+Sn=m.

Các trường hợp suy biến:

+ m=0 thì có 1 cách chia là mọi học sinh đều ko nhận được gì.

+ n=0 thì không có cách chia nào cả.

Trường hợp tổng quát:

+ m<n thì có một bộ phận ít nhất là n-m học sinh ko nhận được gì cả

+ m>=n thì chia học sinh thành 2 nhóm

* Nhóm thứ nhất: không dành cho học sinh xếp cuối phần thưởng nào cả.

Sn=0. Số cách chua này sẽ bằng số cách chia m phần thưởng cho n-1 học sinh.

Tức là: Số cách chia trong nhóm thứ nhất = P(m,n-1)

* Nhóm thứ 2 có phần cho người cuối cùng (Sn>0). Dễ thấy trằng số cách chia của nhóm này bằng số cách chua m-n phần thưởng cho n học sinh.

Tức là số cách chua trong nhóm thứ 2 P(m-n,n).

Vậy với m>=n P(m,n)=P(m,n-1)+P(m-n,n)

### Thiết kế giải thuật:

Function P(m , n : integer ) : integer ;

Begin

if ( (m = 0) or ( n = 1) ) then P := 1

else if(m < n) then P := P(m , m )

else P := P(m , n -1 ) + P(m - n , n) ;

End ;